



## L'UNIVERS PRIMITIU

per

**Ramon Lapiedra**

De la Secció de Física de la SCCFQM, i del Departament de Física Teòrica de la Facultat de Ciències de la Universitat de Santander

### Introducció

La teoria sobre l'origen i l'evolució de l'Univers que avui gaudeix d'una acceptació més general dins el món científic rep el nom de teoria del *big bang*, és a dir, teoria de la gran explosió. Nosaltres ací en direm "model corrent" per tal de remarcar aquesta relativa acceptació.

D'acord amb aquest model el nostre Univers és homogeni i isòtrop i és en expansió, de manera que esguardant més i més cap endarrera veuríem un món més i més dens i per tant més calent. En algun moment suficientment allunyat en el passat —fa cosa de  $15 \times 10^9$  anys, cent mil anys més o menys— el món era tan calent que els actuals agrupaments en galàxies, cúmuls, estrelles, etc, eren impossibles i el món es reduïa a un plasma indiferenciat i calentíssim — $T \sim 10^{12}$  K— compost de muons,  $\mu^-$ , electrons,  $e^-$ , neutrins,  $\nu$ , i llurs antipartícules,  $\mu^+$ ,  $e^+$ ,  $\bar{\nu}$ , més fotons,  $\gamma$ , i una relativament petita contaminació de protons, p, i neutrons, n, tot en equilibri termodinàmic.

En anar expandint-se aquest món s'anà refredant i com a conseqüència els muons-antimuons primer i els electrons-positons després s'anihilaren, i entre un esdeveniment i l'altre, els neutrins es desacoblaven de la resta de la matèria-energia. Després de l'anihilació electró-positó els constituents fonamentals de l'Univers primitiu eren els fotons més una petita contaminació d'electrons, protons i neutrons amb una càrrega global neta nulla.

Mentrestant la relació nombre de neutrons/nombre de protons, que havia començat essent 1, anava baixant amb la temperatura a través d'una sèrie de reaccions regulades per les interaccions febles. Quan la temperatura baixà fins a  $\sim 10^9$  K, el deuteri que contínuament es formava començà a ésser estable i després, mitjançant successives reaccions entre ell mateix i amb els neutrons i protons acabà essencialment donant heli,  $\text{He}^4$ . El començament de la síntesi del deuteri, d, bloquejà el mecanisme de formació

de protons a partir dels neutrons, de manera que la relació nombre de neutrons/nombre de nucleons restà congelada al nivell assolit —d'un 13,5%— en començar la síntesi del deuteri, i així la quantitat de  $\text{He}^4$  produïda fou aproximadament d'un 27% de la matèria total.

Continuem aquesta història: som a una temperatura  $T \leq 10^9$  K. A temperatures com aquesta l'hidrogen i l'heli del nostre Univers primitiu es troben completament ionitzats. Cal esperar l'any  $\sim 7 \times 10^5$  de la vida de l'Univers perquè la temperatura baixi fins als  $4 \times 10^3$  K, que és la temperatura a la qual, tenint en compte la densitat de matèria-energia a l'Univers en aquell instant, es recombinava l'hidrogen. Fins aleshores matèria i radiació es mantienien en equilibri tèrmic. Bruscament, però, després de la recombinació, els àtoms neutres ja no interaccionen amb uns fotons massa poc energètics. La matèria es fa transparent per a la radiació, la qual resta amb la seva distribució espectral del cos negre. Aquesta radiació ens hauria d'estar arribant avui —es pot veure que amb la mateixa distribució del cos negre— amb una temperatura força més baixa com a conseqüència del desplaçament cap al roig resultat de l'expansió de l'Univers.

El desacoblament matèria-radiació produeix també un altre efecte molt notable: havent desaparegut la pressió de radiació, la gravitació comença a actuar pràcticament sense oposició i anirà amplificant les petites fluctuacions de matèria, és a dir que resta oberta la porta perquè es puguin formar les fortes inhomogeneïtats locals (galàxies, estrelles, ...) en la distribució actual de la matèria de l'Univers.

Aquest és el quadre general de l'Univers primitiu. Quines coses té a favor seu perquè una gran part de la comunitat científica el consideri un model profitós? La primera és que els dos elements de base d'un Univers homogeni —tot i les fortes inhomogeneïtats locals— i isòtrop d'una banda, i un Univers en expansió de l'altra, semblen fets establerts amb una certa solidesa. D'ací es dedueix que l'Univers ha passat per estats més i més densos i calents com més anem endarrera en el temps. Hom podria pensar que el caràcter necessàriament aproximat de la isotropia de l'Univers pogués posar un límit a aquests estats ultradensos pels quals hauria d'haver passat. Tanmateix els teoremes de Hawking i d'Ellis demostren, a partir de la Relativitat General, que qualsevol Univers "raonable" desenrotlla necessàriament en el temps una singularitat, cosa que dóna suport a la idea que d'una manera o altra hem de partir d'un Univers força dens i calent.

Sobre aquesta base d'un Univers homogeni, isòtrop i en expansió el model corrent té en el seu haver dos èxits remarcables: a) predir l'existència d'una radiació de fons amb la distribució espectral del cos negre i una temperatura de  $\sim 3$ K. L'opinió més extensa és la d'identificar aquesta radiació amb la descoberta per Penzias i Wilson el 1965. b) Calcular una abundància relativa d'heli a l'Univers d'un  $\sim 27\%$ , la qual abundància sembla força d'acord amb l'experiència. En qualsevol cas la distribució d'heli a l'Univers,

que sembla més uniforme que la distribució d'elements més pesants, suggereix un origen cosmològic per al primer i estel·lar per als altres, cosa en la qual hi ha un cert acord.

Tot i així el model corrent ha estat contestat des de diverses perspectives. Per començar, ningú no ha estat capaç fins avui d'elaborar un mecanisme que expliqui la formació de les galàxies i els cúmuls de galàxies amb llurs dimensions típiques dins el model corrent (cal dir, però, que una tal explicació tampoc no ha estat donada en el marc de qualsevol altra teoria). En particular això ha fet que diversos autors postulin un univers primitiu anisòtrop amb l'esperança de generar així unes fluctuacions de densitat primitives que originin posteriorment les actuals galàxies amb llurs dimensions típiques, car en el "model corrent" les galàxies, la formació de les quals s'arriba a explicar, tenen masses massa petites comparades amb les existents de debò.

D'altres autors han postulat un nombre bariònic nul (tanta matèria com antimatèria) per a l'Univers, i han tractat a partir d'ací d'explicar l'existència dels agrupaments galàctics actuals amb uns èxits limitats. La hipòtesi d'un nombre bariònic nul té l'encís particular de la simetria i explica, eliminant-lo, l'existència en el "model corrent" d'un nombre pur (nombre de barions per fotó) extraordinàriament petit ( $\sim 10^{-9}$ ). Tanmateix les quantitats de raigs  $\gamma$  o d'antipartícules que s'haurien de rebre a la Terra com a conseqüència de l'anihilació cosmològica corresponent de matèria-antimatèria, no han pogut ésser observades, la qual cosa ha fet que aquesta hipòtesi no hagi tingut gaires partidaris.

Un altre punt obscur del "model corrent" és la suposició que la constant gravitatòria,  $G$ , es manté constant en el temps en les més extremes condicions físiques de l'Univers primitiu. Han estat donades severes fites per a la variació en el temps, durant la vida de l'Univers, de les constants fonamentals  $h, e, c$ . Tanmateix no han pogut ésser establertes fins avui limitacions tan restrictives per a  $G$  i de fet hi ha una sèrie de teories (entre elles la de Dirac el 1937) on es contempla la variació de  $G$  en el temps.

Un cop donada aquesta visió panoràmica de l'Univers primitiu, passarem a analitzar amb més detall cadascuna de les etapes parcials, des de la "temperatura equivalent" per a la formació de parelles  $\mu \pm$  ( $T \sim 10^{12}$  K) fins al desacoblament matèria-radiació ( $T \sim 4 \cdot 10^3$  K).

A la primera d'aquestes etapes el món tenia una edat de menys de  $10^{-4}$  s i a la segona d'uns  $7 \cdot 10^5$  anys. Abans, però, de començar amb la primera etapa farem unes consideracions generals sobre la densitat de matèria-energia present i passada de l'Univers, la relació nombre de barions/nombre de fotons i la relació entre la temperatura,  $T$ , de l'Univers i la funció  $R(t)$  que en descriu l'expansió en els models cosmològics tipus Friedmann en què és basada la teoria del *big bang*.

## 1. L'evolució tèrmica i de contingut matèria-energia de l'Univers

A partir d'una estimació de la densitat actual de matèria a l'Univers i de l'abundància relativa de l'heli, i acceptant que els elements més pesants que el  $\text{He}^4$  s'han format en els interiors estel·lars —els càlculs de les abundàncies relatives d'aquests elements en aquest esquema són bastant d'acord amb l'experiència—, hom ha pogut calcular la temperatura de la radiació de fons i obtenir un nombre,  $T = T_{\gamma 0} \sim 3\text{K}$ , d'acord amb els resultats experimentals.

Tanmateix ací partirem de la temperatura obtinguda experimentalment per a la radiació de fons i, donant per suposat que la bona explicació per a aquesta radiació és la que dóna el model corrent, reconstruirem la història de l'Univers. En aquesta reconstrucció ens caldrà també partir d'una estimació del nombre de barions presents avui a l'Univers.

Aquest camí és potser formalment més dogmàtic, però és més clar des d'un punt de vista expositiu.

Comencem doncs calculant el nombre actual,  $N_{\gamma 0}$ , de fotons per  $\text{cm}^3$  a l'Univers. De la fórmula de Planck del cos negre i de la relació d'Einstein

$$(1.1) \quad \text{energia fotó} = h\omega$$

hom obté la relació següent per al nombre de fotons  $N_{\gamma}$  per  $\text{cm}^3$

$$(1.2) \quad N_{\gamma} = 20.3 \times T^3,$$

és a dir, posant  $T = T_{\gamma 0} \sim 3\text{K}$ , resulta:

$$(1.3) \quad N_{\gamma 0} \sim 500.$$

Ara bé, el nombre actual de barions per  $\text{cm}^3$  és incert i és situat entre un màxim de  $6 \times 10^{-6}$  i un mínim de  $3 \times 10^{-8}$ . Prenent algun nombre entre l'un i l'altre podem dir, sacrificant l'exactitud a la comoditat d'exposició, que actualment hi ha un barió (protó o neutró) per cada  $10^9$  fotons. (Han estat elaborades algunes hipòtesis que surten del "model corrent" per tal d'explicar aquest nombre pur tant petit. A la introducció n'hem citat justament una: l'Univers té, de fet, un nombre bariònic rigorosament nul, és a dir, hi ha tant de matèria com d'antimatèria). Ara bé, per un cantó el nombre bariònic es conserva i per un altre el nombre global de fotons també, això últim sempre que la temperatura sigui per sota de  $T_e \sim 6 \times 10^9 \text{K}$ , que és la "temperatura equivalent" per a la creació de parelles electró-positó (const. de Boltzmann  $\times T_e = \text{massa electró} \times c^2$ ). Així, doncs, per sota

d'aquesta "temperatura equivalent" el nombre relatiu de barions per fotó sempre ha estat el mateix, de l'ordre de  $10^{-9}$ .

A partir del nombre actual de fotons per  $\text{cm}^3$ ,  $N_{\gamma_0}$ , hom podria deduir fàcilment quants fotons hi ha hagut per unitat de volum per a qualsevol època tal que  $T < T_e$  si la funció d'expansió  $R(t)$  fos coneguda.

En efecte, tindríem:

$$(1.4) \quad N = N_0 \frac{R_0^3}{R^3(t)}$$

on  $R_0$  representa el valor actual de la funció  $R(t)$ . Una fórmula anàloga valdria per a la densitat de barions.

De (1.2) i (1.4) resulta doncs:

$$(1.5) \quad T = \text{const.} \frac{1}{R(t)}$$

## 2. De $T \geq 1,2 \cdot 10^{12}$ K al desacoblament dels neutrins

La "temperatura equivalent" dels muons,  $T_\mu$ , és d'uns  $1,2 \times 10^{12}$  K. Això vol dir que si comencem la nostra història lleugerament per sobre de  $1,2 \times 10^{12}$  K, a part dels fotons i barions de què hem parlat al paràgraf anterior més un nombre d'electrons igual al de protons, el món comprendria una gran quantitat addicional d'electrons més els positons corresponents, i igualment una gran quantitat de muons i antimuons<sup>1</sup>. També hi hauria neutrins i antineutrins en grans quantitats, els quals, com veurem més endavant, encara deuen ésser presents al nostre voltant.

Per sobre de  $T = 1,5 \times 10^{12}$  K, hem superat la "temperatura equivalent" dels pions, que són mitjancers de les interaccions fortes entre nucleons. Els pions es trobarien aleshores en grans quantitats i l'estudi de la matèria en aquestes condicions ultraextremes esdevé molt difícil, si més no a causa de les nostres limitacions actuals en el coneixement de les interaccions fortes. Nosaltres no considerarem aquest Univers ultraprimitiu i començarem amb la temperatura  $T \sim 1,2 \times 10^{12}$  K, com acabem de dir.

Els  $e^\pm$ ,  $\mu^\pm$  citats interaccionen amb els fotons,  $\gamma$ , a través dels processos d'anihilació i creació de parelles i la dispersió Compton. També hi ha interaccions febles entre electrons, muons i neutrins<sup>2</sup>. Finalment hi ha interac-

<sup>1</sup> Això surt de comparar l'energia en repòs de les partícules amb  $KT$ . Veurem després que aquesta comparança és el factor rellevant a l'hora de determinar, a una temperatura donada, quines són les partícules presents en abundància, com a conseqüència del fet que els potencials químics que intervenen ací són nuls.

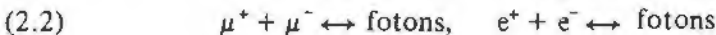
<sup>2</sup> Normalment parlarem de diverses *partícules* i significarem alhora elles i llurs antipartícules.

cions englobant electrons o muons i neutrins i nucleons, les quals no són tan rellevants com les anteriors, als efectes d'allò que diem en aquest paràgraf, a causa del petit nombre relatiu de nucleons.

Hom pot demostrar que, al començament, el ritme al qual tenen lloc totes aquestes reaccions supera netament el ritme d'expansió de l'Univers, de manera que el resultat global de totes elles en cada instant es traduirà en el corresponent equilibri termodinàmic. En conseqüència, en l'aproximació del gas ideal tindrem per a les diferents partícules la llei de distribució

$$(2.1) \quad n(p) = 4 \pi h^{-3} g p^2 \left[ e^{\frac{\sqrt{m^2 c^4 + \vec{p}^2} - f}{K T}} \pm 1 \right]^{-1}$$

on  $n(p)dp$  és el nombre de partícules amb moments compresos entre  $p$  i  $p + dp$ , i el signe  $+ o -$  depèn de si les partícules són fermions o bosons respectivament. Finalment,  $g$  és igual a 1 per a neutrins i a 2 per a electrons, muons i fotons, mentre que  $m$  és la massa de les partícules i  $f$  el potencial químic del gas de partícules. En particular per a fotons i neutrins és  $m = 0$ . D'una altra banda és ben sabut de la mecànica estadística que per a un gas de fotons  $f$  és igual a 0. En conseqüència, des del punt de vista de la termodinàmica de l'equilibri, les reaccions



es tradueixen en les relacions següents per als potencials químics:

$$(2.3) \quad f_{\mu^+} + f_{\mu^-} = 0, \quad f_{e^+} + f_{e^-} = 0$$

en notacions evidents. La hipòtesi ben confirmada de nul·litat de la càrrega global a l'Univers, l'altra hipòtesi força plausible que el nombre bariònic és pràcticament nul i la menys segura que també ho són els nombres leptònics (l'elèctric i el muònic), es pot demostrar que condueixen a

$$(2.4) \quad f_{\mu^+} = f_{\mu^-}, \quad f_{e^+} = f_{e^-}.$$

Per tant

$$(2.5) \quad f_{\mu^+} = f_{\mu^-} = f_{e^+} = f_{e^-} = 0$$

i quan posem  $f = 0$  a (2.1) veiem que per a  $KT < mc^2$  el nombre de partícules corresponents comença a ésser negligible, d'acord amb les afirmacions que havíem fet al començament d'aquest paràgraf.

Mentrestant, què passa amb els neutrins? Deixant de banda les reaccions que inclouen nucleons, els quals són relativament poc nombrosos, ens queden per a produir i absorbir neutrins una sèrie de reaccions en totes les quals apareixen els muons (reaccions com és ara  $e^- + \mu^+ \leftrightarrow \nu_e + \bar{\nu}_\mu$ ,  $\nu_e + \mu^- \leftrightarrow \nu_\mu + e^-$ , etc.). Un cop la temperatura de l'Univers ha baixat per sota de la "temperatura equivalent" dels muons,  $T_\mu$ , com a conseqüència de l'expansió, aquests comencen a ésser escassos.

Un simple càlcul d'ordre de magnitud permet de mostrar que els neutrins es desacoblaran de la resta de la matèria-energia de l'Univers a la temperatura de  $1,3 \times 10^{11}$  K o potser una mica més tard per als neutrins electrònics si s'admet l'existència de mesons vectorials intermediaris en les interaccions febles.

Deixarem aquest punt amb aquest grau d'indefinió, car la temperatura a la qual es desacoblen de debò els neutrins no té cap rellevància de cara a possibles observacions, sempre que aquest desacoblament tingui lloc abans de l'anihilació electró-positó ( $T = 6 \times 10^9$  K), la qual cosa és el que passa sigui la que sigui la teoria de les interaccions febles que hom utilitzi.

Després que els neutrins han perdut el contacte tèrmic amb el gas de fotons + electrons - positons, les temperatures respectives continuen essent iguals, car l'una i l'altra disminueixen amb l'expansió de l'Univers segons la mateixa llei (1.5). La situació canvia quan s'esdevé l'anihilació electró-positó, com veurem de seguida.

### 3. Del desacoblament dels neutrins a l'anihilació electró-positó

Un cop l'Univers s'ha refredat fins als  $T \sim 5 \cdot 10^9$  K com a conseqüència de l'expansió, estem per sota de la "temperatura equivalent" dels electrons,  $T_e$ . Els electrons i positons s'han pràcticament anihilat tots. Deixant de banda els neutrins, el contingut de matèria-energia de l'Univers s'ha reduït a fotons i una lleugera contaminació de protons i electrons en igual nombre més neutrons. L'energia d'aquesta anihilació s'ha consumit doncs essencialment a escalfar el gas de fotons, el qual a partir d'aquest moment restarà per sempre fins avui més calent que el gas de neutrins, del qual continuarà desacoblat, i la relació de les temperatures de l'un i l'altre restarà la mateixa d'aleshores.

Quina era doncs aquesta relació? Per tal de contestar aquesta pregunta hem de fer una petita digressió:

La Mecànica Estadística ens diu que l'entropia,  $S_\gamma$ , d'un gas de fotons és proporcional a la (temperatura)<sup>3</sup>. Més exactament:

$$(3.1) \quad S_\gamma = \frac{4}{45} \frac{\pi^2 K^4}{\hbar^3 c^3} V T^3$$



on  $V$  és el volum ocupat pel gas i  $K$  la constant de Boltzmann. D'altra banda, si  $T > T_e$  (la "temperatura equivalent" dels electrons) aquests i els positons són partícules ultrarelativistes, és a dir tals que energia =  $c \times$  moment. En aquestes condicions, la mecànica estadística dona per a l'entropia  $S_e$ - d'un gas d'electrons (anàlogament per als positons)

$$(3.2) \quad S_{e^-} = \frac{7}{8} S_\gamma .$$

Per tant, entre les temperatures  $T_\mu$  i  $T_e$  l'entropia total  $S$  del gas de fotons, electrons i positons, del qual (deixant a banda els neutrins ja tèrmicament desacoblats) és constituït l'Univers, val

$$(3.3) \quad S = \left( 2 \times \frac{7}{8} + 1 \right) S_\gamma = \frac{11}{4} S_\gamma = \frac{11}{45} \frac{\pi^2 K^4}{(\hbar c)^3} V T_a^3$$

on  $T_a > T_e$ . Després de l'anihilació electró-positó, tindrem:

$$(3.4) \quad S = \frac{4}{45} \frac{\pi^2 K^4}{(\hbar c)^3} V T_d^3$$

on  $T_d < T_e$ .

D'altra banda hom pot demostrar que l'entropia de cada contingut parcial en equilibri termodinàmic de l'Univers en tot volum co-mòbil es conserva en el temps. Així, en notacions evidents,

$$(3.5) \quad \frac{11}{45} \frac{\pi^2 K^4}{(\hbar c)^3} R_a^3(t) T_a^3 = \frac{4}{45} \frac{\pi^2 K^4}{(\hbar c)^3} R_d^3(t) T_d^3,$$

és a dir

$$(3.6) \quad R_d T_d = \left( \frac{11}{4} \right)^{1/3} R_a T_a \simeq 1.4 R_a T_a.$$

Per tant, just després de l'anihilació electró-positó la temperatura dels fotons fou 1,4 vegades més gran que la temperatura dels positons just abans de l'anihilació, per tant també 1,4 vegades més gran que la temperatura dels neutrins. Com que, després de l'anihilació, fotons i neutrins veuen disminuir llur temperatura com

$$\frac{1}{R(t)}$$

(vegeu (1.5)) tant els uns com els altres, aquesta relació 1,4:1 entre llurs temperatures s'hauria mantingut sense modificació fins avui. Això vol dir que en l'actualitat ens trobem immersos en un gas de neutrins amb una temperatura d'uns 2K. Dissortadament la tecnologia actual és incapaç de detectar aquesta mar de neutrins. La seva detecció seria decisiva per a assentar el "model corrent" de l'Univers sobre una base d'allò més sòlida.

Quina densitat té aquest gas de neutrins que avui ens envolta d'acord amb el "model corrent"? Fa un moment hem dit que un gas d'electrons ultrarelativista té una entropia 7/8 de l'entropia d'un gas de fotons. Aquest factor 7/8 també apareix en relacionar l'energia o el nombre de partícules de l'un i de l'altre. Els neutrins tenen un spin 1/2, com els electrons, i llur massa és zero (allò que caracteritza una partícula ultrarelativista és justament que la seva massa pot ésser tractada com a nul·la). Hom pot veure aleshores que els càlculs de la mecànica estadística que condueixen a aquest factor de 7/8 donen el mateix resultat per als neutrins. D'acord amb això, la fórmula (1.2) i el fet que tenim dues espècies de neutrins (neutrins i anti-neutrins)<sup>3</sup>, hom obté en notacions evidents

$$(3.7) \quad \frac{N_\nu}{N_\gamma} = \frac{7}{4} \left( \frac{T_\nu}{T_\gamma} \right)^3.$$

Ja hem dit abans que el quocient

$$\frac{T_\nu}{T_\gamma}$$

després de l'anihilació electró-positó val

$$\frac{1}{1,4}.$$

Per tant (3.7) dóna:

$$(3.8) \quad N_\nu = \frac{7}{4} \frac{1}{(1,4)^3} N_\gamma \approx 0.63 N_\gamma$$

Com que havíem dit que avui és  $N_\gamma = N_{\gamma 0} \sim 500$  fotons per  $\text{cm}^3$  (vegeu (1.3)) resulta per al nombre actual de neutrins per  $\text{cm}^3$ ,  $N_{\nu 0}$

$$(3.9) \quad N_{\nu 0} \sim 300.$$

<sup>3</sup> Dues espècies en igual nombre a més a més, car hem suposat al paràgraf 2 que el nombre leptònic és nul.

#### 4. La síntesi de l'heli

En els dos últims paràgrafs no hem considerat pràcticament la relativa-ment petita contaminació de nucleons a l'Univers, car als efectes d'allò que hi hem estudiat, és a dir l'anihilació muó-antimuó, el desacoblament dels neutrins i l'anihilació electró-positó, no eren rellevants. Tanmateix el nombre bariònic es conserva, i per tant si volem dir alguna cosa sobre els barions avui és clar que la citada "petita contaminació" de l'Univers primitiu ha d'ésser rellevant.

Com ja hem dit a la introducció d'aquest treball un dels èxits del "model corrent" ha estat justament de preveure una abundància relativa d'heli ( $\text{He}^4$ ) a l'Univers, la qual cosa, tot i la dificultat de les mesures d'aquesta abundància, sembla d'acord amb l'experiència. Recordem que actualment hi ha un cert acord que l'hidrogen i l'heli d'avui tenen un origen cosmològic, mentre que els elements més pesants que l'heli es deuen haver format posteriorment a l'interior de les estrelles.

El càlcul de l'abundància de  $\text{He}^4$  en el marc del "model corrent" es fa en dues etapes: en la primera hom calcula la relació d'abundància neutró-protó, i en la segona hom analitza les reaccions nuclears que a partir d'aquests neutrons i protons condueixen a la formació de diversos núclids i en particular de  $\text{He}^4$ .

L'abundància relativa neutró-protó, deixant de banda les pròpies reaccions nuclears que conduiran a la formació de diversos núclids i finalment al  $\text{He}^4$ , és regulada per les tres reaccions.

$$(4.1) \quad n + \nu_e \leftrightarrow p + e^- \quad , \quad n + e^- \leftrightarrow p + \bar{\nu}_e \quad , \quad n \leftrightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e .$$

Veurem després que aquesta aproximació de deixar de banda, de moment, les dites reaccions nuclears és justificada.

Designem per  $\lambda$  ( $n \rightarrow p$ ) el ritme global per nucleó de les tres reaccions (4.1) anant d'esquerra a dreta, i per  $\lambda$  ( $p \rightarrow n$ ) anant de dreta a esquerra. La teoria "V-A" de les interaccions febles, que són les interaccions que regulen els processos (4.1), dona per a l'un i l'altre

$$(4.2) \quad \lambda(n \rightarrow p) = A \int \left[ 1 - \frac{m_e^2}{(Q+q)^2} \right]^{\frac{1}{2}} (Q+q)^2 q^2 \left( 1 + e^{\frac{q}{KT_\nu}} \right)^{-1} \left( 1 + e^{\frac{Q+q}{KT}} \right)^{-1} dq$$

$$(4.3) \quad \lambda(p \rightarrow n) = A \int \left[ 1 - \frac{m_e^2}{(Q+q)^2} \right]^{\frac{1}{2}} (Q+q)^2 q^2 \left( 1 + e^{-\frac{q}{KT_\nu}} \right)^{-1} \left( 1 + e^{\frac{Q+q}{KT}} \right)^{-1} dq$$

on  $A$  és una constant,  $m_e$  la massa de l'electró,  $T_\nu$  la temperatura dels neutrins,  $T$  la temperatura de la resta de matèria-radiació i  $Q \equiv$  massa neutró-massa protó  $\approx 1,3$  MeV. Les integrals es prenen des de  $+\infty$  a  $-\infty$ , excloent l'interval  $(-Q - m_e, -Q + m_e)$ .

A l'energia d'1,3 MeV correspon la temperatura equivalent  $T = 1,5 \times 10^{10}$  K. Considerem una temperatura  $T \gg 1,5 \times 10^{10}$  K; en qualsevol cas, major que  $1,3 \times 10^{11}$  K, temperatura de desacoblament dels neutrins, però més petita que  $1,5 \times 10^{12}$  K, "temperatura equivalent" dels pions. Aleshores a (4.2), (4.3) podrem posar aproximadament  $T_\nu = T$ ,  $Q = m_e = 0$ , amb la qual cosa:

$$(4.4) \quad \lambda(n \rightarrow p) \approx \lambda(p \rightarrow n).$$

Ara bé, hem dit al paràgraf 2, i ho repetim ací, que els càlculs donen uns ritmes ràpids de reacció, per als diferents processos considerats, comparats amb el ritme d'expansió de l'Univers. El corollari d'això és que hi ha temps aleshores d'atènyer l'equilibri termodinàmic, amb la qual cosa (4.4) suposa una situació inicial d'igual nombre de neutrons que de protons.

L'evolució amb el temps d'aquesta proporció inicial neutró-protó és donada per l'equació diferencial

$$(4.5) \quad \frac{dX}{dt} = -\lambda(n \rightarrow p)X + \lambda(p \rightarrow n)(1 - X)$$

on  $X$  és la proporció nombre de neutrons/nombre de nucleons i per a  $\lambda(n \rightarrow p)$ ,  $\lambda(p \rightarrow n)$ , valen les expressions (4.2), (4.3). La integració numèrica d'aquesta equació diferencial dóna en particular una proporció

$$(4.6) \quad X = 13,7\%$$

per a  $T = 10^9$  K, que és la dada rellevant per a fer el càlcul de l'abundància d'heli, com veurem a continuació.

Considerem ara directament la qüestió de l'aparició i evolució d'abundàncies relatives dels primers núclids:  $H^2$ ,  $H^3$ ,  $He^3$ ,  $He^4$ . Durant el període que ens ocupa aquests núclids són trivialment no relativistes i també el gas que formen és no degenerat. L'estadística de Boltzmann seria doncs suficient per a descriure'n les abundàncies. Per a cada núclid tindriem una relació tal com:

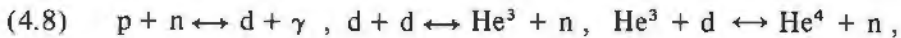
$$(4.7) \quad n = g \left( \frac{e \pi m K T}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{f - M}{KT}}$$

on  $n$  és el nombre de núclids en qüestió per unitat de volum i  $m$  i  $f$  la seva massa i potencial químic. El factor  $g$  és el nombre d'estats diferents resultat del spin.

De fet la formació de  $H^3$ ,  $He^3$ ,  $He^4$  directament a partir dels protons i neutrons preexistents pressuposa xocs de 3 i 4 partícules. Tenint en compte la densitat de protons i neutrons durant el període que estem estudiant, aquests esdeveniments resulten molt poc probables i així, pel que fa a aquests tres núclids, hom no arriba a l'equilibri termodinàmic —que és la situació en la qual val (4.7)—. El resultat és que l'únic núclid que es pot formar —l'abundància del qual aleshores satisfarà (4.7)— és el deuteri,  $H^2$ . Tanmateix aquest núclid té una energia de lligam molt petita: 2,26 MeV, i la temperatura ha de baixar fins a  $10^9$  K (suposant una densitat de nucleons a l'Univers actual de  $10^{-30}$  gcm<sup>-3</sup>) perquè es pugui formar  $H^2$  en quantitats apreciables.

La temperatura equivalent a l'energia de lligam de 2,26 MeV és  $\sim 2,6 \times 10^{10}$  K. Hom no ha de deduir d'ací que per a qualsevol temperatura més baixa que aquesta tindrem deuteri en quantitat, car a (4.7)  $f$  no és nul per al deuteri. Els càlculs a partir de (4.7) i aplicant la "lleï d'acció de massa" donen la temperatura abans citada de  $10^9$  K com aquella a partir de la qual el deuteri comença a formar-se en abundància.

Dels quatre núclids esmentats,  $H^2$ ,  $H^3$ ,  $He^3$ ,  $He^4$ , el primer és el que té l'energia de lligam més petita, i d'entre tots, aquell que la té més gran de bon tros és l'heli. Així, un cop el deuteri comença a formar-se, a partir de reaccions de dos cossos, com és ara



començarà a produir-se  $He^4$ . El resultat final seran restes de deuteri, petites quantitats de triti i  $He^3$  formades a partir del deuteri i  $He^4$  en una proporció netament més elevada que els tres núclids anteriors pel fet d'ésser clarament més estable que els altres.

Veiem, doncs, que el camí que condueix a la síntesi del  $He^4$  restarà barrat mentre la producció de deuteri estigui obstaculitzada. L'obstacle és una temperatura massa elevada que dissocia el deuteri de seguida que és format, com a conseqüència de la seva relativament baixa energia de lligam. La temperatura esmentada de  $10^9$  K és aquella a la qual se supera aquest "embussament del deuteri".

Un cop la temperatura ha baixat fins a aquests  $10^9$  K, la formació de  $He^4$  és força ràpida, car qualsevol temperatura més petita que  $1,3 \times 10^9$  K permet l'existència en abundància dels núclids esmentats més pesants que l'heli<sup>4</sup>. Aquesta xifra s'obté de la mateixa manera que s'obté la temperatura de desembussament de  $10^9$  K: és a dir, partint de les respectives distribu-

cions de Boltzmann (4.7) per a cada núclid, pròpies de l'equilibri termodinàmic i aplicant la "lei d'acció de massa".

Tornem ara una mica endarrera. Al començament d'aquest paràgraf, en tractar d'obtenir la relació neutró-protó, hem posat les reaccions (4.1), hem menyspreat les reaccions nuclears que porten a la formació dels núclids deuteri, etc., i ens hem aturat en el càlcul de l'esmentada relació a la temperatura de  $10^9$  K. El que hem dit després ens justifica d'haver negligit les reaccions nuclears, car acabem de veure que aquestes no comencen a tenir un paper fins als  $10^9$  K. A més, és inútil de seguir la disminució de neutrons amb la fórmula (4.5) per sota d'aquesta temperatura, car en aquell moment la ràpida formació de deuteri i altres núclids més pesants lliga els neutrons existents i fa impossibles les reaccions (4.1). En conseqüència, en l'ulterior evolució de l'Univers, la relació neutró-nucleó restarà congelada al nivell del 13,7% de (4.6). Aquesta proporció permet de seguida l'avaluació de l'abundància final de  $\text{He}^4$ : negligint la diferència de massa neutró-protó, justament el doble, és a dir una abundància relativa en pes  $\text{He}^4$ /total de nucleons del 27% aproximadament, que sembla d'acord amb les diverses mesures fetes.

Hom podria preguntar per què no es formen d'altres núclids més pesants que l' $\text{He}^4$  en aquesta síntesi cosmològica dels elements. La raó és que no hi ha nuclis estables amb nombres màssics  $A = 5, 8$ , de manera que les col·lisions  $n + \text{He}^4$ ,  $p + \text{He}^4$ ,  $\text{He}^4 + \text{He}^4$  no produeixen nucleosíntesi. D'altra banda la barrera coulombiana en reaccions com  $\text{He}^4 + \text{H}^3 \rightarrow \text{Li}^7 + \gamma$  fa, juntament amb això que acabem de dir, que la producció d'elements del  $\text{Li}^2$  endavant no pugui competir amb la producció de  $\text{He}^4$ .

## 5. De la síntesi de l'heli al desacoblament matèria-radiació

Un cop la síntesi del  $\text{He}^4$  consumada, l'Univers continuarà expandint-se i no s'esdevindrà gaire cosa d'interès fins que la temperatura baixi als  $4 \times 10^3$  K (l'Univers tindrà aleshores una edat d'uns  $7 \times 10^5$  anys). Fins a aqueixa temperatura la matèria —neutrons, protons i electrons en nombre igual al de protons— és ionitzada pels fotons, els quals, com que són tan nombrosos —mil milions de fotons per cada nucleó—, obliguen la matèria a trobar-se en equilibri termodinàmic amb ells a la temperatura que en cada instant dona la llei (1.5).

L'energia d'ionització de l'àtom d'hidrogen, a partir de l'estat fonamental, és de 13,6 eV. La temperatura equivalent d'aquesta energia és de l'ordre de  $16 \times 10^4$  K. Tanmateix la "recombinació" de l'hidrogen —la formació d'àtoms d'hidrogen no ionitzat— comença a la temperatura abans esmentada de  $4 \times 10^3$  K.

La raó per la qual la "recombinació" no es produeix a  $16 \times 10^4$  K és que en un gas d'hidrogen no ionitzat l'estat fonamental no és l'únic possi-

ble. Hi ha tot un espectre de possibles nivells energètics excitats, i la distribució de probabilitats d'aquests nivells depèn de la temperatura i la pressió del gas. L'energia necessària per a ionitzar un àtom d'hidrogen excitat és més petita que si l'àtom es troba a l'estat fonamental; en conseqüència, el resultat final de la dita distribució de nivells és de fer disminuir les energies que entren en joc en el procés de "recombinació" rebaixant fins a  $4 \times 10^3$  K la temperatura típica a la qual aquest es produeix. El valor precís de la temperatura de "recombinació" depèn de la pressió present en aquell moment, la qual és essencialment la pressió dels fotons,

$$p = \frac{1}{3} \rho c^2$$

amb  $\rho$  la densitat d'energia del gas de fotons.

Una altra manera equivalent de comprendre aquesta temperatura en el procés de recombinació és de tenir en compte que en la reacció



els potencials químics de cadascun dels components són funcions de la pressió i de la temperatura diferents de zero. Això contrasta amb diverses reaccions descrites en aquesta exposició, on els potencials químics eren aproximadament nuls: per exemple, les reaccions (2.3). Ací val la llei de distribució (2.1) amb  $f=0$ , que dona un factor essencial,

$$\exp \frac{\text{energia}}{KT},$$

regulant les abundàncies dels diversos components a una temperatura donada. Per contra, a (5.1) tindrem un factor com

$$\exp \frac{\text{energia-potencial químic}}{KT}.$$

Això fa que, a l'hora de fer una primera estimació d'abundàncies, allò que s'hagi de comparar amb  $KT$  no sigui l'energia del component; amb  $KT$  s'ha de comparar l'energia menys el potencial químic.

Ja hem descrit en la Introducció que la "recombinació" de l'hidrogen fa que la matèria esdevingui transparent per a la radiació. Els càlculs detallats d'aquest procés mostren que, com a conseqüència del nombre molt elevat de fotons per nucleó, l'opacitat d'aquella cau molt bruscament, i que això fa que l'espectre energètic de la radiació que acaba de desacoblar-se conti-



nuï essent el del cos negre. Després, l'expansió de l'Univers no canvia aquest caràcter de l'espectre energètic de la radiació: el seu únic efecte és el de fer disminuir la seva temperatura d'acord amb (1.5). Així s'obtidria la radiació de cos negre de fons descoberta per Penzias i Wilson el 1965.

### Conclusió

A l'hora d'entrar en detalls en aquesta exposició de l'Univers primitiu ens hem limitat essencialment a aquells punts directament relacionats amb mesures que s'han fet i estan fent-se, o que potser es podran fer en el futur: és a dir, les abundàncies relatives dels elements més lleugers que el  $\text{He}^4$  i en especial d'aquest darrer, la radiació de cos negre de fons i, finalment, el fons de neutrins a 2K que, d'acord amb el "model corrent", ens envolta, el qual avui no se sap com es podria mesurar.

És per això que altres qüestions com l'evolució amb l'expansió de l'Univers de les densitats dels diversos components de la matèria-energia del món, segons les diverses èpoques, no han estat gaire tractades. En particular no hem dit res del pas d'un Univers dominat per la radiació a un Univers dominat per la matèria. Tampoc no hem dit gaire cosa de l'escala temporal de l'Univers —la funció  $R(t)$  de (1.5), per exemple—. A títol d'informació podem donar les següents fites temporals aproximades:

| <i>Temps</i>         | <i>Fets rellevants</i>  | <i>T en K</i>        |
|----------------------|---|----------------------|
| $10^{-4}$ s          | anihilació $\mu^\pm$  | $1,2 \times 10^{12}$ |
| $3 \times 10^{-2}$ s | desacoblament dels neutrins   | $1,3 \times 10^{11}$ |
| 3 s                  | anihilació $e^\pm$  | $6 \times 10^9$      |
| 180 s                | comença la síntesi de $\text{He}^4$   | $10^9$               |
| $10^3$ s             | s'acaba la síntesi de $\text{He}^4$   | $3 \times 10^8$      |
| 700.000 anys         | <ul style="list-style-type: none"> <li>• desacoblament radiació</li> <li>• ~ comença l'era dominada per la matèria</li> </ul> | $4 \times 10^3$      |

### BIBLIOGRAFIA

- Obres que tracten de l'Univers primitiu  
 Peebles, P.J.E.: *Physical Cosmology*. Princeton University Press, Princeton (1971).  
 Misner, Ch.W., Thome, K.S., Wheeler, J.A.: *Gravitation*. Freeman and Co., San Francisco (1973).  
 I sobretot:  
 Weinberg, S.: *Gravitation and Cosmology*. John Wiley and Sons, New York (1972).



2. **Divulgació**  
Weinberg, S.: *Los tres primeros minutos del Universo*. Alianza Editorial, Madrid (1978).
3. **Un llibre al qual referir-se en relació amb la Mecànica Estadística emprada en aquesta exposició**  
Landau, L., Lifchitz, E.: *Physique Statistique*. Editions Mir, Moscou (1967).
4. **Les cosmologies matèria-antimatèria (divulgació)**  
Alfvén, H.: *Worlds-Antiworlds*. Freeman and Co., San Francisco (1966).  
Omnès, R.: *L'univers et ses métamorphoses*. Hermann, París (1973).  
Alfvén, H.: Entrevista en el llibre: *Origen y Evolución del Universo*, de R. Canal i R. Lapiedra. Salvat Editores, Barcelona (1973).
5. **Una exposició compacta i senzilla de la Cosmologia (la Cosmogonia exclosa)**  
Rindler, W.: *Essential Relativity*. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York (1977).